

### CARRÉ LOGIQUE ET QUADRANT DE PEIRCE<sup>1</sup>

Etienne OLDENHOVE

On esquissera

- comment **Lacan**, partant du carré logique d'**Aristote**, subvertit complètement cette logique de l'énoncé pour y réintroduire la dimension de l'énonciation et ce, en s'appuyant notamment sur le quadrant de **Peirce**, la distinction du forclusif et du discordantiel de **Damourette** et **Pichon** et certains éléments de la logique de **Frege**.

- et comment cet abord logique de la sexuation en redéfinit également les modalités.

#### (30)A. Éléments de la logique d'Aristote

Toutes les propositions ( ἀποφανσις ) élémentaires auxquelles a affaire la logique classique d'**Aristote** se réduisent à une forme schématique :

S est P

Cette forme générale se diversifie de plusieurs manières.

- selon que l'attribut relève de l'une ou l'autre des dix catégories repérées par **Aristote** (substance, quantité, qualité, relation, lieu, temps, position, possession, action, passion).

- selon la qualité<sup>2</sup>

1. Affirmation ( ἀποφασις )

2. Négation ( καταφασις )

(C'est la copule qui détermine la qualité)

---

<sup>1</sup> Travail préparatoire pour la journée intercartel de l'A.F. À Bruxelles, le 27.06.87.

Cartel constitué par S. Lecoq, J-P. Lebrun., P. Marchal., R. Geeraert., E. Oldenhove.

<sup>2</sup> Cette distinction entre qualité et quantité utilisée par **Aristote** mais pas nommée par lui (Elle fut nommée par **Apulée**).

- selon la quantité (distinction au niveau du sujet de la proposition)

1. Proposition Universelle: "Attribution ou non-attribution à un sujet pris universellement".

Ex.: Tout homme est mortel.

2. Les Particulières: "Attribution ou non-attribution à un sujet pris particulièrement ou non-universelle-ment".

Ex.: Quelque homme est médecin.

3. Proposition indéfinie: "Attribution ou non-attribution faite sans indication d'universalité ou de particularité".

Ex.: L'homme est blanc.

-31-

4. Les Singulières:

Ex.: Callias est un homme.

Mais dans sa syllogistique, Aristote laisse de côté les singulières et traite les indéfinies comme des particulières. Il ne retient donc que 4 sortes fondamentales de propositions:

- Universelle Affirmative: *Tout plaisir est un bien.*
- Universelle Négative: *Aucun plaisir n'est un bien.*
- Particulière Affirmative: *Quelque plaisir est un bien.*
- Particulière Négative: *Quelque plaisir n'est pas un bien.*

Aristote distingue deux manières de concevoir l'universalité:

1. une universalité essentielle ( *Καθ'αυτό* )

Le concept y est regardé comme exprimant la nécessité d'une essence.

Ex.: "Tout triangle équilatéral est équiangle".

2. une universalité extensive ( *Κατα παντος* )

Le concept y est regardé comme exprimant la totalité des individus d'une espèce ou des espèces d'un genre.

Ex.: "Tous les corbeaux sont noirs"

Dans sa syllogistique, Aristote privilégie l'interprétation extensive de l'universalité.

Quant au sens à donner à la particulière, là aussi, Aristote reste un peu flottant. Doit-on l'entendre comme une partielle qui affirme ou nie le prédicat d'une partie seulement du sujet à l'exclusion du reste, ou doit-on y voir simplement une indéterminée qui n'exclut pas que ce qui est dit de quelque puisse aussi s'appliquer à tous. Aristote la définit comme une partielle ( *έν μερει* ) mais dans sa syllogistique, elle est traitée réellement comme une indéterminée. ("Un au moins, mais sans limitation").

-32-

### Théorie des propositions opposées

Aristote distingue deux manières de nier une proposition. Une proposition a donc deux opposées.

Celle qui lui est opposée contradictoirement ( *άντιφαντικως* ) et celle qui lui est opposée comme sa contraire ( *έναντιως* ) (exprimant donc l'incompatibilité de deux propositions entre elles : ces deux propositions ne peuvent être vraies ensemble mais

sans pour autant former alternative, ce qui les distingue des contradictoires).

Les contradictaires ne peuvent être ni toutes les deux vraies, ni toutes les deux fausses, de sorte que de la vérité ou de la fausseté de l'une quelconque d'entre elles, on peut conclure à la fausseté ou à la vérité de l'autre.

Tandis qu'en présence de deux contraires, si l'on peut toujours conclure de la vérité de l'une à la fausseté de l'autre puisqu'elles ne tolèrent pas leur commune vérité, en revanche de la fausseté de l'une, on ne peut rien conclure sur l'autre car elles peuvent être toutes les deux fausses.

U.A. et U.N. peuvent être toutes deux fausses si les deux Particulières sont vraies, l'une et l'autre.

Subcontraires: les deux particulières qui peuvent être toutes les deux vraies mais non pas toutes les deux fausses.

Subalternes: les deux propositions qui, ayant même qualité, s'opposent en quantité: la vérité de l'universelle impliquant celle de la particulière, la fausseté de la particulière impliquant celle de l'universelle.

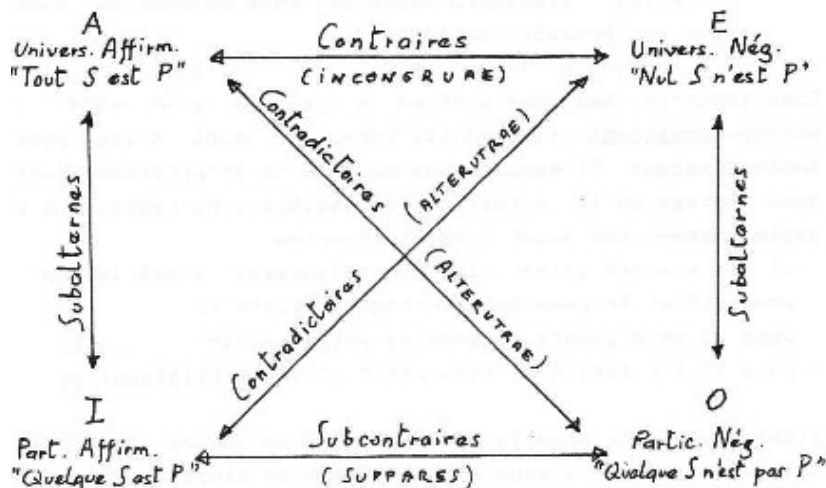
Mais **Aristote** n'était pas tout à fait d'accord avec ces deux dernières oppositions.

-33-

- Pour les subcontraires: **Aristote** considère que la P.A. et la P.N. ne sont opposées que d'une manière verbale. Pour lui, on ne peut regarder comme vraiment opposées deux propositions qui peuvent être vraies ensemble et qu'on peut donc poser simultanément.

- Pour les subalternes: il ne les envisage même pas puisqu'aucun rapport de négativité ne joue entre elles et puisque la vérité de l'universelle n'est pas seulement compatible avec celle de la particulière correspondante mais qu'elle l'implique nécessairement.

"Quadrata formula" d'Apulée (IIe siècle)



Logique modale (chez Aristote)

Au niveau du vocabulaire:

1. On entend par "possible":

- tantôt ce qui est son sens propre, la négation contradictoire de l'impossible, et en cette acception ce qui est nécessaire est, a fortiori, possible.

(le "PUR POSSIBLE")

-tantôt, s'il nous choque de dire que le nécessaire implique le possible et si nous voulons au contraire opposer les deux, nous en

-34-

restreignons le sens pour le limiter à ce qui n'est ni impossible, ni nécessaire, ce qui peut être (non-impossible), mais qui peut aussi ne pas être (non-nécessaire).

(le "POSSIBLE BILATERAL")

2. Une semblable ambiguïté plane sur le mot contingent.

- En un premier sens, il est pris comme la négation contradictoire du nécessaire ( le "NON-NECESSAIRE")

- Souvent, on l'entend aussi comme signifiant ce qui, à la fois, peut être ou ne pas être: c'est alors un "CONTINGENT BILATERAL" dont le sens se confond avec celui du "POSSIBLE BILATERAL".

Chez Aristote, les deux notions du possible ( δυνατόν ) et du contingent ( ἐνδεχόμενον ) sont à peu près indiscernables. Il emploie les deux mots indifféremment et dans l'usage qu'il a fait de ce possible-contingent, il a varié entre trois acceptions différentes:

- il l'a d'abord laissé flotter confusément entre le pur-possible et le possible-contingent bilatéral
- puis il en a limité le sens au pur-possible
- puis il l'a limité au possible-contingent bilatéral.

Ainsi ce qu'on appelle couramment "les quatre modalités aristotéliennes", dont s'inspirèrent la plupart des théories ultérieures des modalités, se réduisent réellement à trois, dont l'une porte seulement un double nom:

- l'impossible (modalité simple)
- le nécessaire (modalité simple)
- le possible contingent (modalité composée: conjonction du pur-possible et du non-nécessaire)

Note: Le Non-Nécessaire = le contradictoire du nécessaire

L'impossible = le nécessaire ne pas (le contraire du nécessaire).

-35-

## **B. Ce que devient le carré logique dans la logique contemporaine.**

### 1. Quelques critiques de la logique contemporaine par rapport à la logique d'Aristote.

- La logique d'**Aristote** regarde comme catégoriques des propositions qui sont hypothétiques.

- Ses universelles et ses particulières qu'elle traite comme simples et élémentaires, sont déjà complexes.

- Elle ne songe pas à préciser si elle donne ou non à ses propositions une portée existentielle.
- Quand elle s'avise d'énoncer un jugement d'existence, elle le fait entrer dans le même cadre que tous les autres, traitant ainsi l'existence comme un attribut, prédicable d'une substance au même titre qu'une qualité.
- Elle n'a que très imparfaitement saisi l'originalité des propositions singulières par rapport à celles qui ont pour "sujet" un concept, et sur lesquelles repose toute sa théorie du raisonnement.

## 2. Rappel très succinct de la ré-élaboration de la logique des propositions

a. Distinction entre "forme propositionnelle", c'est-à-dire schéma abstrait d'un énoncé propositionnel (équivalent d'une équation en math.) Ex.:  $x = yz$ . (Au minimum, une place vide  $y$  apparaît qui rend indéterminée sa valeur de vérité) et "proposition (concrète)" où des constantes empiriques viennent saturer les variables (équivalent d'une égalité en math.) Ex.:  $6 = 2 \times 3$ .

b. Aux notions traditionnelles de sujet et de prédicat, vont être substituées celles de fonction et d'argument.

-36-

Toute proposition peut s'analyser comme une fonction saturée par un ou plusieurs arguments. Ce qui caractérise une fonction, c'est que son expression  $f(x)$  comporte une place vide, celle de l'argument (l'indétermination de la lettre  $x$  symbolisant cette vacuité).

Un prédicat peut donc être regardé comme une sorte de fonction.

Le nom du sujet joue le rôle d'argument et transforme en une proposition (ex.: *Pierre est mortel*) ce qui n'était jusque là qu'une simple fonction propositionnelle.

Argument et sujet sont deux choses différentes.

Le mot de "sujet" est équivoque. Il désigne tantôt le terme qui sert de sujet grammatical à l'énoncé propositionnel, tantôt l'individu porteur d'attributs dont ce terme est le nom. Or c'est bien le nom du sujet qui sert d'argument à la fonction propositionnelle dans le cas où on a affaire à une proposition singulière. Mais il n'en va pas de même avec les propositions générales classiques - Universelles ou Particulières - où le terme qui sert de sujet grammatical ne désigne pas un vrai sujet, un individu, mais exprime réellement une fonction.

Et il n'est pas vrai non plus qu'inversement, tout argument soit le sujet de l'énoncé propositionnel où il figure. On le voit dès qu'on passe à une fonction à plusieurs places d'arguments.

Ex.: *Pierre aime Marie.*

Pierre et Marie sont tous deux arguments de la fonction  $x$  aime  $y$ .

De même, la notion de fonction propositionnelle est plus générale que celle de prédicat.

Dans ce schéma de la fonction entrent les phrases verbales et les propositions de relations, au même titre que les propositions attributives (seules retenues dans la logique "classique").

-37-

3. Individualisation des variables et propositions singulières.

En saturant une fonction par son argument, ou si l'on veut, en substituant à la variable x d'une forme propositionnelle f (x) une constante individuelle x1, on obtient une proposition: proposition singulière puisque c'est le nom d'un individu qui y figure comme argument. Le passage d'une fonction ou d'une forme propositionnelle à une proposition se fait donc en individualisant la variable.

4. Mais on peut aussi généraliser la variable.

C'est ce qui nous donne les propositions quantifiées. Pour obtenir, en partant d'une fonction ou d'une forme propositionnelle, une proposition, il y a un autre moyen que d'individualiser les variables, c'est de les lier. Ce qui peut encore se faire de deux façons: universellement ou existentiellement.

Ex.: x f(x)

"Pour tout x, ou quel que soit x,  
x satisfait à f ou vérifie f"

Une variable liée se distingue d'une variable libre. A une variable libre, on peut substituer une constante. Une telle formule est donc essentiellement ouverte. Au contraire, une formule dont toutes les variables sont liées est close: elle est devenue une proposition ayant, malgré la présence de variables, une signification déterminée et fixe. L'autre façon de lier une variable est celle du x. Au lieu de dire d'une fonction qu'elle est vérifiée pour toutes les valeurs possibles de l'argument, on peut aussi avoir besoin d'exprimer que parmi ces valeurs, il en existe au moins une qui la vérifie. Il faut alors lier la variable sous la condition de l'existence. On écrira x. Ainsi x f(x) signifiera "il existe un x (au moins) tel qu'il vérifie f".

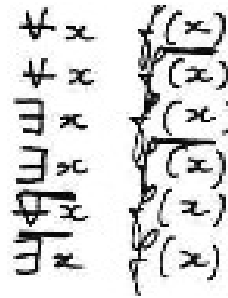
On appelle ces deux opérateurs ( x et x ) qui transforment une fonction en une proposition, des quantificateurs.

5. La négation dans les propositions quantifiées

Parmi les propositions générales, on a donc des universelles et des existentielles. A cette première distinction, vient s'en superposer une autre par la distinction des affirmatives et des négatives. Mais la négative peut, ici, s'introduire de deux façons différentes, selon qu'elle affecte la fonction elle-même ou le quantificateur. Autre chose est, par exemple, nier universellement une fonction, autre chose est nier l'universalité de la fonction: dans le premier cas, c'est dire que quel que soit x, il vérifie non-f :  $\forall x \overline{f(x)}$

et dans le second, c'est dire qu'il n'est pas vrai que tout x, quel qu'il soit, vérifie f.  $\overline{\forall x f(x)}$

On obtient ainsi six propositions:



Mais seules quatre sont réellement distinctes.

Car il y a équivalence entre Universelle Négative et Non Existentielle et entre Existentielle Négative et Non Universelle. Dire, en effet, que la fonction n'est vérifiée par aucune valeur de la variable (Universelle-Négative), c'est dire qu'il n'existe pas d'argument qui vérifie la fonction (Non-Existentielle). Et dire, d'autre part, qu'il existe au moins une variable pour laquelle la fonction n'est pas vérifiée (Existentielle Négative), c'est dire qu'il n'est pas vrai que tous les arguments la vérifient (Non-Universelle).

-39-

On peut donc écrire les équivalences

(Universelle Négat.)  $\forall x \bar{f}(x) \equiv \bar{\exists x f(x)}$  (Non-Existentielle)

(Existentielle Négat.)  $\exists x \bar{f}(x) \equiv \bar{\forall x f(x)}$  (Non-Universelle)

D'où, il suit d'abord qu'une proposition générale supporte toujours d'être exprimée à l'aide de l'un quelconque des deux quantificateurs ou, autrement dit, qu'une existentielle se laisse traduire en termes d'universalité et réciproquement.

En substituant non-f à f dans les équivalences précédentes et en appliquant la loi de double négation, on obtient:

$$\forall x f(x) \equiv \bar{\bar{\exists x \bar{f}(x)}}$$

$$\exists x f(x) \equiv \bar{\bar{\forall x \bar{f}(x)}}$$

Ce qui signifie:

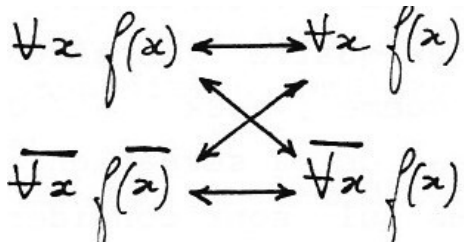
"Tout x vérifie f" équivaut à "Il n'existe pas de x qui vérifie non-f"

et

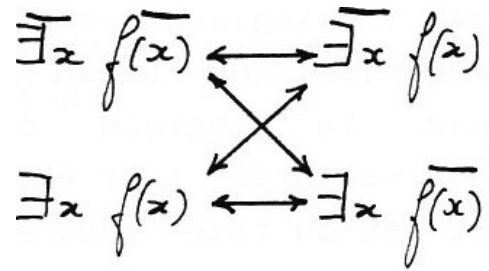
"Il existe un x qui vérifie f" équivaut à "Il n'est pas vrai que tout x vérifie non-f".

Puisque les quatre propositions générales réellement distinctes (non équivalentes) se laissent construire à partir de l'un ou l'autre des quantificateurs et puisqu'il y a équivalence entre les deux tétrades ainsi obtenues, on peut disposer ces diverses propositions sous la forme de 2 carrés logiques qui sont équivalents et dont chacun présente entre ses différents postes, la relation caractéristique de ce carré.

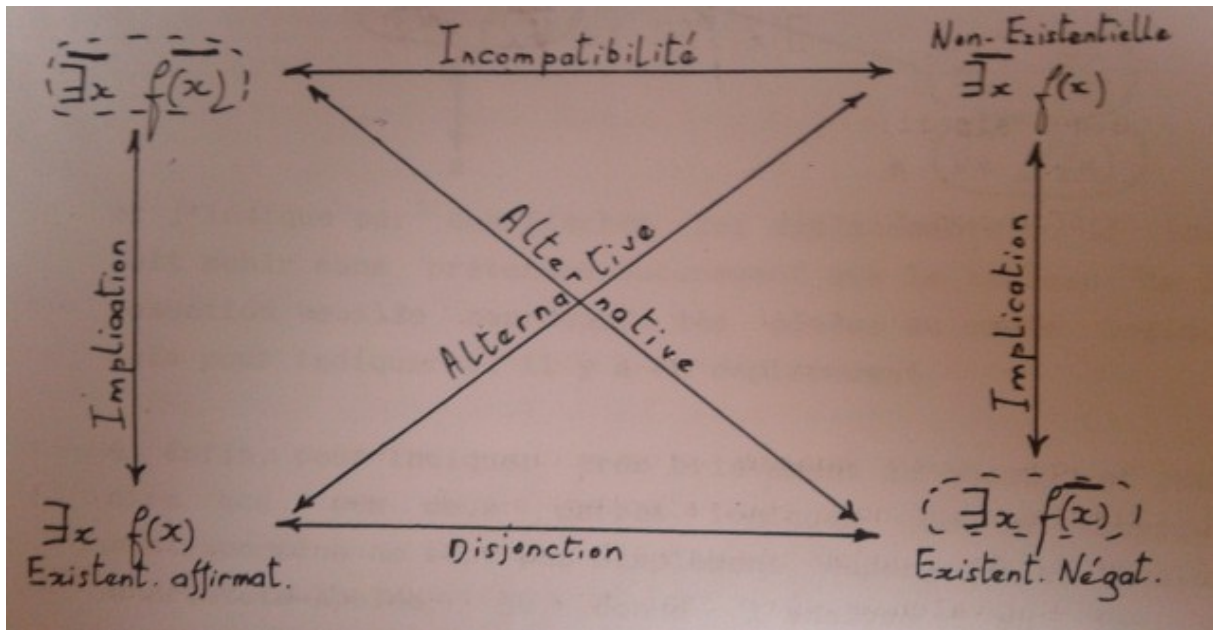
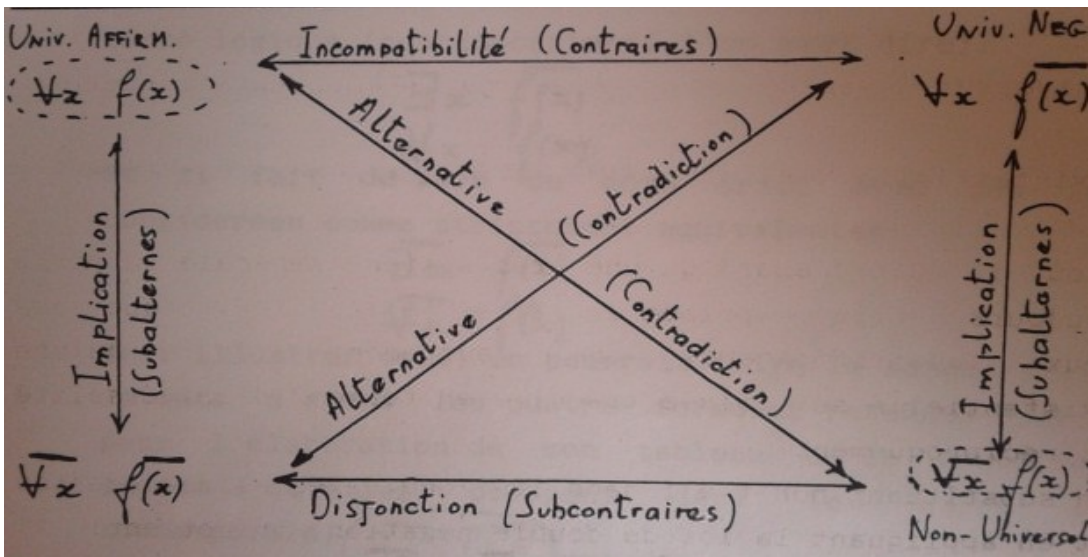
Universalité



Existence



Deux carrés logiques dans la logique contemporaine







: formules retenues par **Lacan** dans son élaboration du tableau de la sexuation.

De ces huit formules des deux carrés logiques équivalents de la logique contemporaine, il est intéressant de remarquer que Lacan n'en retient que quatre (considérées par la logique contemporaine comme deux à deux équivalentes) pour établir son tableau de la sexuation.

Il met du côté gauche, deux formules qui sont considérées en

-41-

position d'alternative ou de contradiction dans le carré logique (contemporain si l'on peut dire):

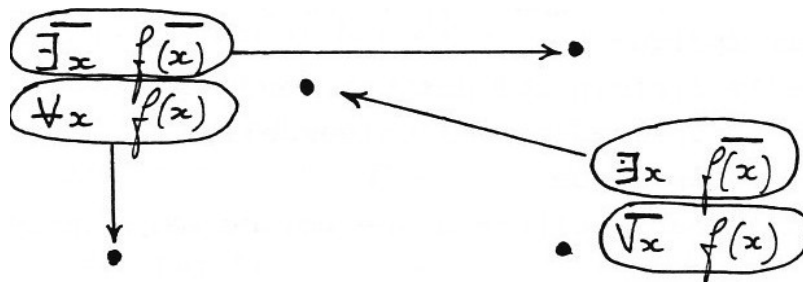
$$\begin{array}{l} \exists x \quad \overline{f(x)} \\ \forall x \quad f(x) \end{array}$$

Et il fait de même du côté droit avec des formules considérées comme strictement équivalentes:

$$\begin{array}{l} \overline{\exists x \quad \overline{f(x)}} \\ \overline{\forall x \quad f(x)} \end{array}$$

Pour illustrer cela, on pourrait faire le schéma suivant.

Je mets d'abord les quatre formules retenues par **Lacan** pour l'élaboration de son tableau de la sexuation aux places qu'elles occupent dans le carré logique contemporain,



et j'indique par des flèches les déplacements qu'il leur fait subir sans prétendre aucunement que le tableau de la sexuation veuille reproduire les places du carré logique mais pour indiquer qu'il y a un déplacement.

6. Enfin, pour indiquer très brièvement la chose, et pour dire que ces deux carrés logiques de la logique contemporaine ne sont pas simplement superposables à celui d'**Aristote-Apulée**, je donne l'analyse en logique contemporaine des propositions universelles et particulières classiques.

L'universelle affirmative classique s'écrira:

$$\forall x . f(x) \supset g(x)$$

"Pour tout x, si x est homme, alors x est mortel".

Ce qui indique

- qu'il ne s'agit pas d'une proposition simple mais d'une proposition complexe (à deux fonctions)

-42-

- qu'il ne s'agit pas d'une catégorique mais d'une hypothétique (les deux fonctions y sont liées par un rapport d'implication tout en ayant un argument commun)

- que la proposition universelle classique n'a, comme telle, aucune portée existentielle (en logique contemporaine d'ailleurs, l'universelle équivaut à une non-existentielle).

Tout a est b = il n'existe pas de a qui soit non b.

Quant à la particulière classique, il s'agit aussi d'une proposition complexe.

Elle s'écrira:  $\exists x : f(x) \cdot g(x)$

Ce qui indique:

- que la liaison ici est une conjonction
- que contrairement à l'Universelle, la Particulière est une catégorique
- que la Particulière a une portée existentielle expresse.

La particulière classique est une existentielle double, affirmant à la fois l'existence d'un a et sa conjonction avec b.

Dire "*Quelques cygnes sont noirs*" signifie qu'il y a des êtres qui conjoignent les deux propriétés d'être des cygnes et d'être noirs. C'est cette duplicité de la particulière classique qui risque de rendre ambiguë sa négation, laquelle peut porter soit sur l'existence, soit sur la conjonction.

J'ai fait ce long détour pour montrer que les formules logiques utilisées dans le tableau de la sexuation ne sont ni superposables à celles de la logique classique, ni superposables à celles de la logique contemporaine.

### C. La faille. La béance.

Tout cela est, reconnaissons-le, très beau, séduisant même et l'on

-43-

pourrait croire qu'on est arrivé au bout de nos efforts. Il n'en est rien.

**Lacan** est venu subvertir ce bel agencement avec, au départ, un petit "ne" dit explétif qui, ne servant soi-disant à rien, était voué à l'oubli. C'est en effet à partir de la question de la négation que **Lacan** va réintroduire dans une logique qui se voulait purifiée du sujet de l'énonciation, la question du sujet et celle de la jouissance, de ce qui ne sert à rien.

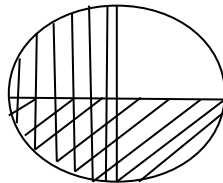
Il s'agit là d'un travail monumental et je me contenterai pour ma part de rappeler l'usage qu'il fait du Quadrant de **Peirce** pour commencer à subvertir cette logique de l'énoncé (qui d'une certaine façon se voudrait muette).

**Suzy Lecocq** prendra ensuite le relais et parlera de ce que Lacan a pu faire des deux dimensions de la négation repérées par **Damourette** et **Pichon** (le forclusif et le discordantiel).

Et enfin, **Pierre Marchal** poussera le questionnement du côté de **Frege**, de son effort de fonder logiquement l'arithmétique et

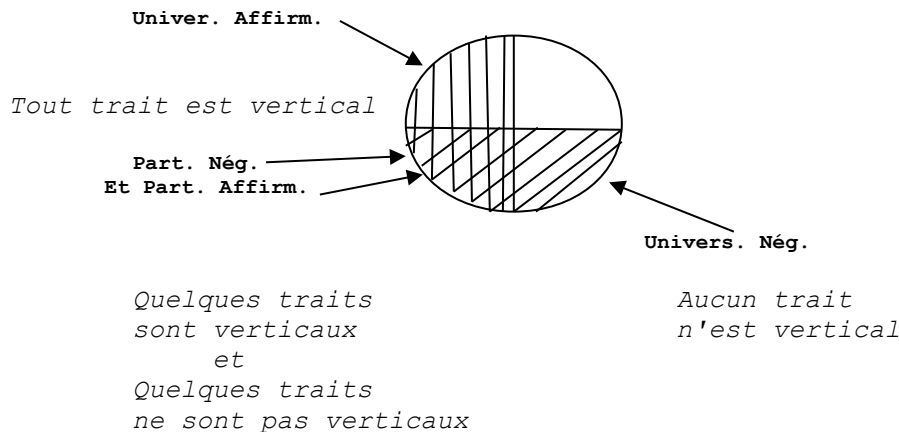
notamment la suite des nombres entiers, de l'importance du zéro et du "un" ainsi que de l'ensemble vide pour fonder le "Il y a de l'Un", pour ménager ainsi la place du sujet.

Le quadrant de **Peirce, Lacan** y recourt fréquemment. Il en parle dès le séminaire sur l'Identification (notamment dans la séance du 17.01.62.) Et il reprend cela dans trois séances de son séminaire intitulé "L'acte analytique" (7.02.68; 28.02.68; 6.03.68). C'est là-dessus que je m'appuierai. Ce quadrant, vous le connaissez bien.



-44-

Dans ce schéma, la fonction trait va remplir celle du sujet et la fonction verticale va remplir celle de l'attribut du prédicat. Il me semble que là où l'on situerait spontanément les quatre propositions d'**Aristote**, c'est de cette façon:



**Lacan**, à la suite de **Peirce**, fait remarquer que l'Universelle Affirmative est vérifiée dans les deux quadrants supérieurs, que l'Universelle Négative (Nul trait n'est vertical) est vérifiée dans les deux quadrants de droite (puisque dans ces deux quadrants, "il n'y a nul trait") que la Particulière Affirmative se vérifie dans les deux quadrants de gauche (j'y constate l'existence de traits verticaux) et que la Particulière Négative se vérifie dans les deux quadrants inférieurs.

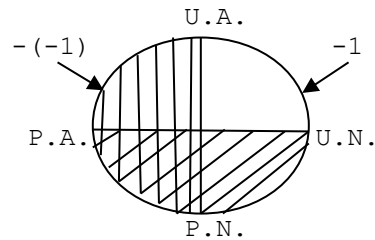
On voit donc que les deux universelles se fondent sur l'exclusion d'un quadrant (celui d'en bas à gauche - celui de la diversité) tandis que les particulières se fondent sur l'exclusion d'un quadrant (celui d'en haut à droite).

-45-

Ce quadrant est vide.

Et c'est là que **Lacan** repère la place du sujet. C'est aussi la place du trait unaire (et celle du Nom du Père).

Quadrant logique de Peirce



Ce quadrant vide illustre bien l'Universelle Affirmative. En effet, si l'on dit "Tout trait est vertical", ça veut dire "Quand il n'y a pas de verticale, il n'y a pas de trait".

Reprenant alors **Freud**, **Lacan** avance que **Freud** promulgue l'Universelle Affirmative suivante "Tout Père est Dieu".

Il nous fait remarquer que s'il n'y en a pas de Dieu, il est toujours vrai que le père soit Dieu. Simplement, la formule n'est confirmée que par le secteur vide du quadrant.

Revenant quatre séances plus tard sur ce schéma de **Peirce**, **Lacan** fait remarquer que "dans la structure de la classe, ce qui est essentiel, ce n'est pas un rapport d'inclusion mais un rapport d'exclusion". La classe suppose toujours le classement. Les mammifères, c'est ce qu'on exclut des vertébrés par le trait mamme. Le fait primitif, dit-il, c'est que le trait unaire peut manquer, qu'il y a d'abord absence de mamme. Ensuite, on peut dire "Il ne peut se faire que la mamme manque":  $-( -1)$

Le sujet comme tel est  $-1$ .

Le sujet d'abord constitue l'absence de tel trait. C'est le sujet qui introduit la privation. Ce n'est qu'à partir du pas possible que le réel prend place. Il n'y a que du pas possible à l'origine de toute énonciation. C'est le sujet qui en effaçant les traits de

la chose fait le signifiant.

Le sujet fonde l'exception.

Et l'exception exige la règle.

La seule véritable assurance de l'Universelle Affirmative est l'exclusion d'un trait négatif:  $-( -1)$  (C'est ce qu'on retrouve au niveau de la partie gauche du tableau de la sexuation).

Dans la partie droite, par contre, il n'y a pas d'exception ( $\exists x \phi x$ ) et de ce fait, il n'y a pas d'universelle, il n'y a pas de "La femme", il y a le "pas toute dans la fonction phallique" ( $\forall x \phi x$ ).

Dans le séminaire "L'acte analytique", **Lacan** poursuit et insiste. C'est là (dans cette case vide) où il n'y a pas de trait qu'est le sujet.

C'est là qu'est le sujet parce qu'il n'y a pas de trait. Partout ailleurs, les traits sont masqués par la présence ou l'absence du prédicat.

Pour marquer le fait que c'est le "pas de trait" qui est essentiel, on peut énoncer l'Universelle Affirmative de la façon suivante:

"Pas de trait qui ne soit vertical".

Cet énoncé est plus essentiellement vrai au niveau de la case vide.  
"Il n'y a de traits que verticaux" veut dire, répète-t-il, "Là où  
il n'y a pas de verticaux, il n'y a pas de traits".  
Telle est la définition recevable du sujet en tant que sous toute  
l'énonciation prédicative, il est essentiellement ce quelque chose  
qui n'est que représenté par un signifiant pour un autre  
signifiant. Que le sujet puisse fonctionner comme n'étant pas est  
ce qui nous apporte l'ouverture grâce à quoi peut se rouvrir un  
examen du développement de la logique.